שיעור 1 – משבר הפיסיקה הקלאסית

התגליות של הפיסיקה הקלאסית – המכניקה, האלקטרומגנטיות והתרמודינמיקה פותחו עד לסוף המאה ה- 19 והסבירו מגוון רחב של תופעות. גם המכניקה הסטטיסטית תרמה להשגת תוצאות חשובות אמנם עדיין היה ויכוח על מהותו של האטום, כפי שנראה. היה נראה כי הפיסיקה התחדשה, ומסוגלת להסביר את כל התופעות בעולם בעזרת חלקיקים וכוחות הפועלים עליהם. אמנם היו כמה תופעות שלא נמצאו להן הסברים, אך הדעה הרווחת הייתה שגם אותן יצליחו להסביר במסגרת התאוריות הקיימות.

ב-3 העשורים הראשונים של המאה ה-20 התברר כי התחזית שגויה, כשהתברר שכדי להסביר את התופעות הנ"ל צריך לנסח תאוריות פיסיקליות חדשות לחלוטין.
בפרק זה נתאר את התופעות המרכזיות הלא מוסברות במסגרת הפיסיקה הקלאסית.

1. **מבנה האטום**

הפיסיקאים שהאמינו בממשותו של האטום ידעו:

א. האטום ניטראלי חשמלית

ב. באטום יש מטענים חיוביים ושליליים

ג. האטום יכול לספח או למסור מטענים ולהפוך להיות יון חיובי /שלילי

אבל הפיסיקאים לא ידעו מהו המבנה הפנימי של האטום וממה הוא מורכב.

2. **המחזוריות של הטבלה המחזורית**

בערך ב-1870 הכימאי מנדלייב המציא שיטת מיון.

שיטת המיון נשענה על ההבנה ש:

א. ליסודות השונים יש מסות שונות שבאות פחות או יותר בכפולות שונות.

ב. כאשר מסדרים את כל היסודות לפי מסת האטום מופיעה מחזוריות בתכונות הכימיות ז"א רמת וצורת יצירת הקשר עם יסודות אחרים.

מנדלייב סידר את היסודות בטבלה כשלכל היסודות באותה עמודה יש אותן תכונות.

בעמודה הראשונה מתחת המימן מופיעות מתכות אלקליות שפעילות מאוד כימית.

בעמודה האחרונה נמצאים הגזים אצילים, שאינם מתחברים עם יסודות אחרים. אך **ההסבר לתכונות אלו לא היה מובן.**

3. **<u>רדיואקטיביות</u>**

1896 : הפיזיקאי אנרי בקרל גילה באקראי שהיסוד אורניום פולט קרינה בלתי מוכרת. כשהניח אורניום על לוח צילום והלוח השחיר למרות שלא נחשף לאור השמש.

אחריו פייר ומארי קירי גילו את התופעה גם ביסודות פולוניום ורדיום.

למעשה 2 יסודות אלו היו לא מוכרים והתגלו כתוצאה מהתפרקות של אורניום.

לתופעה הזו (שכיום אנו יודעים שמקורה בגרעין של האטום) של הפיכת היסוד ליסוד אחר תוך כדי פליטת קרינה בלתי מוכרת הם החליטו לקרוא רדיואקטיביות – על שם הפעילות של היסוד רדיום.

שנים אחר כך- רתפורד חקר תופעה זו וחילק אותה ל-3 סוגים, בהתאם למידת חדירותם דרך חומר.

- קרינת אלפא – לא חדירה ומאוד מיננת. קרינה של חלקיקים טעונים חיובית ובעלי מסה הגדולה פי 4 מזו של המימן. בהמשך יתברר כי חלקיקים אלו הם למעשה גרעין של היסוד הליום שמכיל 2 פרוטונים ו-2 ניוטרונים.
- קרינת בטא – קרינה יותר חודרת של חלקיקים טעונים שלילית – בהמשך יתברר כי אלו אלקטרונים.
- קרינת גמא – קרינה אלמ"ג (אלקטרו מגנטית) בעלת אורך גל קצר מאוד והיא חודרת מאוד.

כאמור, מקור הקרינה לא היה ידוע (בעתיד יתברר כי המקור הוא מגרעין האטום).

4. **<u>ספקטרוסקופיה</u>**

חקר תכונות החומרים באמצעות ניתוח הגלים האלמ"ג שהם פולטים.

במאה ה-19 התפתח תחום הספקטרוסקופיה כשגילו שבאמצעות ספקטרוסקופ אפשר לגלות בדיוק אילו אורכי גל פולט החומר הנחקר (למשל ע"י מנסרה או סריג) ולשרטט את הספקטרום – עוצמת האור בכל אורך גל.

- ספקטרום פליטה – ספקטרום הקרינות הנפלטות מגוף המשמש כמקור הקרינה. לוקחים שפופרת המחוברת למקור מתח, היוצר הפרשי פוטנציאלים בין הקתודה לאנודה. מחממים את הקתודה עד שנפלטים ממנה חלקיקים (לימים יקראו אלקטרונים), שמואצים לעבר האנודה. לתוך השפופרת מכניסים את היסוד הנחקר <u>בצורתו הגזית</u>. הקרינה (אלקטרונים) פוגעת באטומי הגז וגורמים לגז לפלוט קרינה. את הקרינה מעבירים דרך מנסרה או סריג ובודקים את הספקטרום (דרך נוספת היא פשוט לחמם את הגז עד שפולט קרינה).
- ב- 1859 גילו קירכהוף ובונזן כי לכל יסוד בטבע יש ספקטרום פליטה ייחודי משלו, שבעזרתו אפשר לזהות את היסוד. הספקטרום הוא <u>קווי</u>– מורכב מקווים חדים.
- ספקטרום בליעה – כפי שנראה מיד – כשמחממים גוף מוצק (ולא גזי) לטמפ' כלשהי הגל פולט קרינה רציפה. את ספקטרום זה ניתן לקבל על מסך. אם נעביר קרינה זו דרך

השפופרת המכילה את החומר הגזי הנבדק, נראה כי על המסך חסר חלק מהספקטרום. יופיעו קווים שחורים במקום אורכי הגל שאמורים היו להיות שם. הקווים הללו זהים לחלק מקווי הפליטה של אותו יסוד , כלומר מס' קווי הבליעה נמוך ממס' קווי הפליטה. ניתן לקבל במצב כזה את ספקטרום הפליטה כשבודקים את הקרינה הנפלטת לצדדים (לא לכיוון המסך המואר). ומה שקורה זה שהגז בשפופרת בלע חלק מהקרינה ופולט אותה לכל הכיוונים. לכן קווים אלו לא מופיעים על המסך ומופיעים בצדדים קווי הפליטה.

התגלית הזו עזרה לזהות יסודות חדשים – כולל יסודות נדירים. בנוסף, בעזרת חקירת הספקטרום של אור השמש הרציף, כשראו שחסרים בו קווים מסוימים, הבינו שמקור החוסר בשכבות הגזיות החיצוניות של השמש. כך גילו את היסוד הליום עוד לפני שגילו אותו על פני כדור הארץ (לכן היסוד נקרא כך – הליום – השמש).
[ניתן כך לזהות את היסודות שיש בכוכבים. הכוכבים מכילים בעיקר מימן, קצת הליום, עוד פחות ליתיום ועוד כמות קטנה של יסודות קלים אחרים. רק כוכבים זקנים מייצרים יסודות כבדים. בסוף ימיו של כוכב, הוא קורס ומתפוצץ - סופרנובה. בקריסה זו פנימה נוצרים היסודות הכבדים. כשהוא מתפוצץ מגיעים היסודות הכבדים לאזורים שונים של היקום. כך למשל הגיעו היסודות הכבדים לכדוה"א. היסודות הכבדים שקעו פנימה ועל פניו נשארו יסודות קלים יותר.]

יש לשאול למה יש הבדל בין ספקטרום הבליעה לספקטרום הפליטה

חקר הספקטרום של אטום המימן:

כאשר מחממים גז של אטומי מימן הוא קולט חלק מהאנרגיה .

כאשר מפסיקים את החימום רואים שהמימן פולט אור בארבע אורכי גל :

410nm, 424nm, 486nm, 656nm

תוצאות אלה הגיעו למתמטיקאי שוויצרי בשם בלמר ששיחק קצת עם המספרים וגילה ב 1885 שהם מתוארים ע"י הנוסחה $\lambda = B\frac{n^2}{n^2-4}$

כאשר $B = 3645.6\text{Å}$ ו- $n > 2$

רידברג ניסח את נוסחת בלמר באופן הבא $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2}\right)$

כאשר $R = 1.097 * 10^{-3} A^{\circ -1}$ ו- $n > 2$

סדרת בלמר נתנה את ספקטרום הפליטה בתחום הנראה.

כמה שנים לאחר מכן קיבל ליימן עוד קווים פליטה ב UV שהתאימו לנוסחה

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(1 - \frac{1}{n^2}\right)$$

אחריו הגיע Paschen ומצא שב IR יש קווי פליטה שמתאימים לנוסחה

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

אחריו הגיע Bracket ומצא שב IR יש קווי עוד פליטה שמתאימים לנוסחה

$$\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n^2}\right)$$

ובאופן כללי יש קווי פליטה שמתאימים לנוסחה $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ כאשר $n > m$

במהלך השנים שאחר כך התקבלו עוד הרבה אורכי גל שאינם בתחום הנראה ואת כולם לבסוף ריכזו בנוסחה $\frac{1}{\lambda} = R\left(\frac{1}{m^2} - \frac{1}{n^2}\right)$ כאשר $n > m$.

עד סוף המאה ה-19 לא היה הסבר לנוסחה זו.

5. קיבול חום של מוצקים- הקדמה

שווי משקל תרמודינמי

כאשר צבר של חלקיקים שרוי בסביבה שהטמפ' שלה אחידה (T)

לאחר זמן מה הצבר יגיע למצב שבו הטמפ' הממוצעת שלו זהה לטמפ' הסביבה T.

במצב זה ניתן להראות שישנה פונקציות ההתפלגות לאנרגית החלקיקים המתוארת ע"י התפלגות בולצמן: $\mathrm{P}(E) = Ae^{\frac{-E}{k_B T}}$ כאשר $k_B = 1.38 * 10^{-23}\frac{J}{k}$.

הקבוע A מתקבל מתוך דרישת הנרמול שסך ההסתברויות יהיה 1

$\int P(E)dE = A\int e^{\frac{-E}{kT}}dE = 1$.

נראה שתי דוגמאות לשימוש בהתפלגות הזו .

דוגמא א

ידוע לפי ניוטון שכל החלקיקים בעלי המסה נמשכים לכדור הארץ

אם כן למה לא כל האוויר נמצא על הרצפה

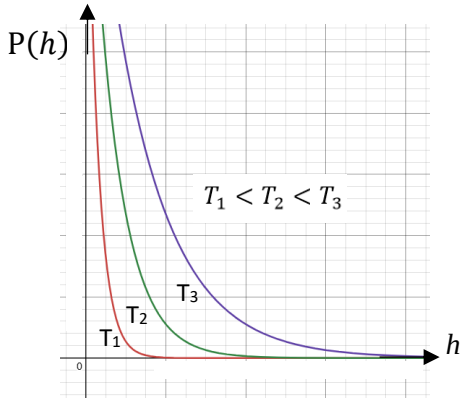
הסיבה לכך נעוצה בהתפלגות האנרגיה ונסביר.

לחלקיק בגובה h מעל הקרקע יש אנרגיה פוטנציאלית ששווה ל $E = mgh$

מהי התפלגות האנרגיה שיש לחלקיקים בעלי אנרגיה כזו ?

$$\mathrm{P}(E) = Ae^{\frac{-E}{k_B T}} \rightarrow \mathrm{P}(h) = Ae^{\frac{-mgh}{k_B T}}$$

אם T=0 אז $\mathrm{P}(h) = Ae^{\frac{-mgh}{k_B T}} = 0$ ז"א ההסתברות למצוא חלקיק בגובה כלשהו ששונה מאפס שווה לאפס . ולכן ככל שהטמפרטורה עולה יש סיכוי למצוא חלקיקים בגובה גבוה יותר כי הם יותר קינטים. הגרף המתאר את התפלגות החלקיקים ייראה מהצורה הזו



בגרף ניתן לראות שככל שהטמפרטורה עולה ההסתברות למציאת חלקיק בגובה h מסוים עולה .

נמצא כעת את הקבוע A ונראה במה הוא תלוי .

נזכיר : $\mathrm{P}(h) = Ae^{\frac{-mgh}{k_B T}}$ ובגלל תנאי הנירמול שסך ההסתברות שווה ל 1

$$\int_0^\infty \mathrm{P}(h)\, dh = \int_0^\infty Ae^{\frac{-mgh}{k_B T}} dh = 1$$

ולכן

$$A = \frac{1}{\int_0^\infty e^{\frac{-mgh}{k_B T}} dh} = \frac{mg}{k_B T}$$

ולכן :

$$\mathrm{P}(h) = \frac{mg}{k_B T} e^{\frac{-mgh}{k_B T}}$$

כעת נחשב מהו הגובה הממוצע של החלקיקים

מצאנו ש: $\mathrm{P}(h) = \frac{mg}{k_BT} e^{\frac{-mgh}{k_BT}}$.

איך מוצאים גובה ממוצע ? חישוב תוחלת שזה אומר ממוצע משוקלל

$$\bar{h} = \int h\mathrm{P}(h)dh = \int h\frac{mg}{k_BT} e^{\frac{-mgh}{k_BT}} dh = \int xe^{-x}dh$$

הגדרנו : $x = \frac{mgh}{k_BT}$ ולכן $\frac{dx}{dh} = \frac{mg}{k_BT}$ ולכן $dh = \frac{k_BT}{mg}dx$

$$\bar{h} = \int xe^{-x}dh = \frac{k_BT}{mg}\underbrace{\int_0^\infty xe^{-x}dx}_{=1} = \frac{k_BT}{mg}$$

ועכשיו אם נציב גוף ששוקל 1 ק"ג נראה שהגובה הממוצע שבו הוא יהיה הוא

$$\bar{h} = \frac{k_BT}{mg} = \frac{1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300}{1 \cdot 10} = 5 \cdot 10^{-22}m$$

אבל הגובה הממוצע של מולקולת חמצן שמשקלה $5 \cdot 10^{-26}kg$ ב- 300k יהיה בערך 10km .

דוגמא ב – קפיץ עם מסה

האנרגיה הכוללת מורכבת מהפוטנציאלית והקינטית

$$E = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}kx^2 \underbrace{=}_{\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}} \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}m\omega^2x^2$$

בטמפרטורה 0 החלקיק יושב בנקודת שווי משקל. כשמחממים נמסר חום לחלקיק (בעזרת התנגשויות חלקיקי האוויר שבסביבה עם החלקיק), והחלקיק שמקבל אנרגיה מתחיל לנוע.

התפלגות האנרגיה הפוטנציאלית: $P(x) = Ae^{-\frac{0.5m\omega^2x^2}{KT}}$

נחשב את A ע"י נירמול כמו בדוגמא הקודמת $A\int e^{-\frac{0.5m\omega^2x^2}{kT}}dx = 1$

נציב $\alpha \equiv \frac{m\omega^2x^2}{2kT}$, באמצעות הזהות : $\int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2}dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$

נקבל ש: $A\sqrt{\frac{\pi 2KT}{m\omega^2}} = 1$ ז"א $A = \sqrt{\frac{m\omega^2}{2\pi KT}}$

כעת נרצה למצוא את המקום הממוצע של החלקיק : $\overline{x} = \sqrt{\frac{m\omega^2}{2\pi KT}} \underbrace{\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-\frac{m\omega^2 x^2}{2kt}} dx}_{=0} = 0$

ז"א למרות שהחלקיק נע עדיין המקום הממוצע שלו נמצא במרכז – לא מפתיע

כעת נרצה למצוא את האנרגיה הפוטנציאלית **הממוצעת** ששווה ל: $\overline{E_p} = \frac{1}{2} m\omega^2 \overline{x^2}$.

לשם כך נחשב את $\overline{x^2} = \sqrt{\frac{a}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\frac{m\omega^2 x^2}{2kt}} dx$

$$\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-ax^2} dx = \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}}$$

הרי שכאן: $\overline{x^2} = \sqrt{\frac{\alpha}{\pi}} * \frac{1}{2\alpha}\sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} = \frac{1}{2\alpha} = \frac{2KT}{2m\omega^2} = \frac{KT}{m\omega^2}$

$$\overline{E_p} = \frac{1}{2} m\omega^2 \overline{x^2} = \frac{1}{2} KT$$

באותו אופן האנרגיה הקינטית הממוצעת :

$$\overline{v^2} = A \int_{-\infty}^{\infty} v^2 e^{-0.5mv^2/KT} = \frac{KT}{m}$$

$$\overline{E_K} = \frac{1}{2} m\overline{v^2} = \frac{1}{2} KT$$

זהו עיקרון החלוקה השווה

זהו כלל אצבע למערכת הנמצאת בשווי תרמודינמי- לכל דרגת חופש יש אנרגיה ממוצעת $\frac{1}{2}KT$

עבור חלקיק גזי בחדר: $\overline{E_K} = \frac{1}{2} m(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2)$

ולכן: $\overline{E_K} = 3 \cdot \frac{1}{2} KT$

האנרגיה של מול חלקיקי גז: $\overline{E_K} = N_A \cdot \frac{3}{2} KT = 6 \cdot 10^{23} \cdot \frac{3}{2} KT = 12.4TJ$

שזה אומר שאם רוצים להעלות את הטמפרטורה של מול אחד של גז חד אטומי (יש לו 3 דרגות חופש) במעלה אחת צריך $12.4J$

קיבול חום סגולי

הגדרה: האנרגיה הדרושה כדי להעלות את הטמפרטורה של המערכת ביחידה:

$$C_V = \frac{dE}{dT}$$

לכן עבור מולקולת אטומי גז: $C_V = \frac{3}{2}K = 12.4\frac{J}{K^0 mol}$

כל זה לגז אציל שבו הגז לא מתרכב והמולקולות הן חד אטומיות. עבור אוויר המורכב מחצן וחנקן- מולקולות דו אטומיות ויש להן בנוסף ל – 3 דרגות חופש של תנועה עוד 2 סוגי סיבוב סביב ציר הרי שיש להן 3 ד"ח של תנועה ועוד 2 ד"ח של סיבוב – כך שלכל מולקולה יש $\overline{E_K} = \frac{5}{2}KT$, וקיבול החום הסגולי יהיה $C_V = \frac{5}{2}K$

עבור מוצק מתייחסים אליו כאילו אוסף אטומים המחוברים אחד לשני עם קפיצים וכך לכל אטום יש 6 ד"ח- 3 של תנועה ב3 ממדים ו - 3 קפיצים ל3 כיוונים.

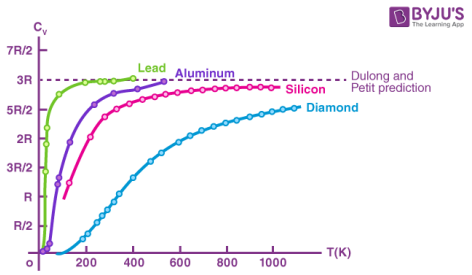
לכן האנרגיה של כל אטום תהיה בממוצע $E = 6 \cdot \frac{1}{2}KT = 3KT$.

עבור N חלקיקים במוצק , האנרגיה תהיה $E = N \cdot 3KT$, וקיבול החום הסגולי יהיה $C_V = 3NK$.

זהו חוק **דילון פטי-** הם מדדו את החום הסגולי וראו שלכל סוגי החומרים יש אותו קיבול חום סגולי.

בסוף המאה ה19 התברר כי החוק נכון רק לטמפרטורות גבוהות, אך בטמפרטורות נמוכות קיבול החום יורד- כאילו מספר דרגות החופש המשתתפות הולך ויורד כאשר T יורד. כלומר, במקום לקבל את הגרף הקבוע 3K קיבלו גרף שונה לחומרים שונים .

בנוסף - התלות הזו בטמפרטורה שונה מחומר לחומר. קראו לזה קפיאת דרגות החופש- שחלק מהוויברציות קפואות וקפיאה זו שונה מחומר לחומר, בפרט הסטייה היא עבור חומרים קשים, שכבר בטמפרטורת החדר הייתה סטייה מחוק דילון פטי.



עד כה ראינו מס' בעיות שהטרידו את הפיסיקאים בתחילת המאה ה 20

אבל הבעיה ששינתה את הכל היתה :

קרינת גוף שחור

<u>קרינת חום</u>

כאשר מחממים חומר מוצק מתחילים האטומים שבתוכו לבצע תנודות .

התנודות גורמות לפליטה של קרינה **רציפה** של גלים אלקטרומגנטיים , בעיקר בתחום האינפרה אדום והאור הנראה.

עד $1000K$ קרינת החום הנפלטת היא בתחום האינפרה אדום.

ככל שהטמפרטורה עולה, הקרינה מוסתת לאורכי הגל הקצרים.

בטמפרטורה של כמה אלפי מעלות היא בעיקר בתחום הנראה.

לדוגמא כשמחממים ברזל תחילה הוא אדום ואז כשמחממים עוד הוא לבן.

הקרינה שהגוף פולט נוצרת מכך שהאוסילטורים ההרמונים פולטים קרינה אלקטרומגנטית בתדר ששווה לתדר של האוסילטור- זה המקור של קרינת החום.

האוסילטורים ההרמוניים לא רק פולטים קרינה אלא יכולים גם לקלוט קרינה (בתנאי שהקרינה היא בתחום התהודה העצמית-רזוננס) ובכך להגדיל את האנרגיה שלהם.

אולם הם יכולים גם שלא לבלוע את הקרינה הווה אומר להחזיר אותה . לדוגמא כאשר אור פוגע בשולחן חלק מהאור נבלע ומחמם את השולחן וחלק מוחזר (עובדה שרואים את השולחן)

גוף מוצק שלא מחזיר בכלל קרינה אלא רק בולע נקרא **גוף שחור**

גוף שחור זה משתמש באנרגיה הנקלטת לשם העלאת הטמפרטורה שלו.

חשוב לומר שהגוף **פולט אנרגיה אבל הוא לא מחזיר**

פליטת האנרגיה מגוף זה תהיה תלויה אך ורק בטמפ' שלו.

א"כ, גוף שחור הוא חומר שבולע את כל הקרינה האלמ"ג הפוגעת בו, ופולט קרינה בהתאם לטמפ' שבה הוא מצוי.

נשים לב כי השם גוף שחור הוא שם מושאל- כיוון שרגילים לדבר על גוף בצבע שחור, שבולע את כל האור שפוגע בו, אך למעשה גוף בצבע שחור הוא לא גוף שחור, שכן גוף שחור מחומם לא יהיה כלל שחור אלא צבעו יהיה בהתאם לטמפרטורה שבה הוא נמצא וייתכן שיהיה לבן. למשל השמש היא בקירוב גוף שחור.

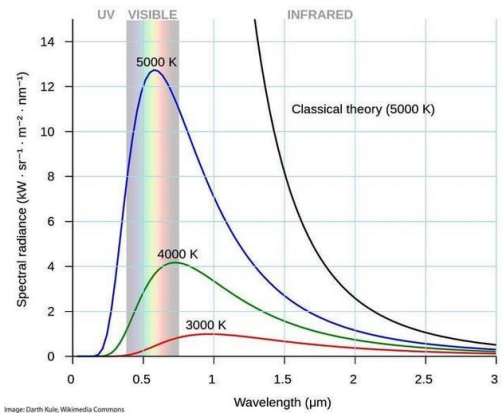
כאמור, כל מוצק שמחומם לטמפרטורה כלשהי פולט קרינה בדומה לקרינת גוף שחור, אך אין זה גוף שחור אידאלי. כל העצמים בחיי היום יום פולטים קרינה אך כשפוגעת בהם קרינה חלק ממנה מוחזר ולא נבלע ולכן אינם גוף שחור.

הדרך של הפיזיקאים לבדוק את הספקטרום של גוף שחור, הוא ע"י יצירת מתקן שיקלוט את כל הקרינה שפוגעת בו- כלי חלול בעל פתח צר באחת מדפנותיו.

המתקן הוא גוף שחור, שכן הוא קולט את כל האנרגיה הפוגעת בו, שהרי כל קרינה שתיכנס דרך הפתח הצר, נבעלת במתקן בשלמות. הגוף יפלוט קרינה דרך אותו פתח בהתאם לטמפ' שבה הוא מצוי.

<u>תוצאות ניסוי קרינת גוף שחור (המאה ה 19):</u>

1. הקרינה הנקלטת והנפלטת מגוף שחור אינה תלויה בצורת החומר ובסוג החומר.
2. **חוק סטפן בולצמן:** סך ההספק הנפלט מגוף שחור נמצאת ביחס ישר ל T^4. כלומר $\mathrm{I} = \sigma T^4$, כאשר
   I – הקרינה – הספק ליחידת שטח ,
   ו - $\sigma = 5.672 \cdot 10^{-8} \frac{W}{m^2 T^4}$
3. **חוק ווין:** יש יחס הפוך בין הטמפרטורה לבין אורך הגל שעבורו קרינת החום הנפלטת מהגוף היא בעלת עוצמה מרבית λ_{max}
   כך שמתקיים: $\lambda_{max}(m) = \frac{2.9 \cdot 10^{-3}}{T(0_K)}$
4. הגרף של צפיפות הקרינה- קרינה ליחידת תדר של גוף שחור (שהוא דומה לספקטרום של כל גוף מוצק שמחומם).



המסקנות מהנ"ל הן שכאשר מעלים את הטמפרטורה נפלטת יותר קרינה ובתדרים גבוהים יותר. שכן רואים בגרף שסך האנרגיה (השטח מתחת לגרף) הולך ועולה וכן שהתדר המקסימלי, וכן כל שאר התדרים בהם מתקיימת קרינה משמעותית, הולכים וגדלים ככל ש - T גדל.

תוצאות אלו לא מתאימות לתחזיות כפי שהן מצופות על סמך התיאוריה של הפיזיקה הקלאסית:

כפי שראינו, לכל אוסילטור הרמוני המצוי בטמפרטורה T יש אנרגיה ממוצעת KT והוא אמור לפלוט אותה כשהוא במצב שוו"מ תרמי. אין קשר בין תדירות המתנד לבין האנרגיה שלו והאנרגיה שהוא פולט- כל התדרים אמורים לפלוט אותה קרינה KT .

כל השאלה אילו תדרים אפשריים.

מספר התדירויות הגבוהות (אורכי הגל הקצרים) האפשריות גדולות ממספר התדירויות הנמוכות (אורכי הגל הגבוהים) האפשריות, ולכן כיוון שכל התדרים פולטים אותה אנרגיה הרי שרוב האנרגיה תגיע מהתדרים הגבוהים.

נראה זאת:

אפשר להתייחס לקרינה הנמצאת בחלל של התנור הנ"ל כאל גלים עומדים, כיוון שמשיקולים של אלקטרומגנטיות- על הדפנות הפנימיים יש התאפסות של השדות.

במימד אחד באורך L לגל עומד המתאפס בקצוות אורכי הגל המותרים הם:

$\lambda_1 = 2L,\ \lambda_2 = L\ ,\ \lambda_3 = \frac{2L}{3}\cdots$ או $\lambda_n = \frac{2L}{n}$

מכיוון ש: $c = \lambda\nu$ אז: $\nu_n = \frac{c}{2L}\cdot n$

ולכן עבור אורך L נקבל שייוצרו אופני תנודה בתדרים הללו :

$\nu_1 = \frac{c}{2L}\cdot 1$, $\nu_2 = \frac{c}{2L}\cdot 2$, $\nu_3 = \frac{c}{2L}\cdot 3$ וכן הלאה

ניתן לראות ש: $\nu_3 - \nu_2 = \frac{c}{2L}\cdot(3-2) = \frac{c}{2L}$ והדבר יהיה נכון בין כל שני תדרים עוקבים . ז"א זה נראה כמו סרגל עם שנתות במרחקים קבועים .

בכל איזור של תדרים יהיו אותם מספרים של תדרים אפשריים .

אלה שהתיבה אינה חד ממדית אלא תלת ממדית שכן התדרים יכולים להיווצר בין כל הקירות של התיבה .

עכשיו יכולים להיווצר גלים גם שלא לאורך הצירים של התיבה .

אבל תנאי השפה דורשים שתהיה התאפסות על כל אחד מהצירים .

ובהתאם $n = \sqrt{{n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2}$ ז"א $\nu_n = \frac{c}{2L}\cdot\sqrt{{n_x}^2 + {n_y}^2 + {n_z}^2}$

עכשיו ברור שככל ש n גדול יותר נוכל למצוא יותר צירופים של מספרים שלמים שיתנו אותו .

ניתן להתייחס לכדור שרדיוסו n ובכל רדיוס ניתן לראות כמה צירופים של n_x, n_y, n_z יש שנותנים את אותו הרדיוס .

מכיוון שצריכים לבדוק רק את איזור הכדור החיובי אז צריך לבדוק רק שמינית כדור.

אז מה הנפח של שמינית כדור שרדיוסה n ?

$$\mathrm{V} = \frac{1}{8}\left(\frac{4}{3}\pi R^3\right) = \frac{1}{6}\pi R^3$$

ומכיוון שכל גל יכול לנו עם שני קיטובים מאונכים אז נכפיל ב 2 : $\mathrm{V} = \frac{1}{3}\pi R^3,$

עכשיו נזכור שאנחנו לא רוצים את נפח הכדור אלא את מספר הנקודות שיש בו ולכן נציב במקום R את n

נזכיר : $\nu_n = \frac{c}{2L} \cdot n$ ולכן: $n = \frac{2L\nu}{c}$

$$\mathrm{N}(\nu) = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{2L\nu}{c}\right)^3 = \frac{8\pi L^3\nu^3}{3c^3}$$

אנחנו רוצים למצוא את צפיפות המצבים בטווח תדרים מסוים

ולכן נגזור את מספר המצבים לפי התדר

$$\frac{d\mathrm{N}(\nu)}{d\nu} = \frac{3 \cdot 8\pi L^3\nu^2}{3c^3} = \frac{8\pi L^3\nu^2}{c^3}$$

$$d\mathrm{N}(\nu) = \frac{8\pi L^3\nu^2}{c^3}d\nu$$

נחלק בנפח התיבה L^3 כי אנחנו לא רוצים נוסחה שתלויה בנפח

$$\frac{d\mathrm{N}(\nu)}{V} = \frac{8\pi\nu^2}{c^3}d\nu$$

ומכיוון שלכל מצב תנודה יש את אותה אנרגיה k_BT אז צפיפות האנרגיה שווה ל:

$$\rho(\nu) = \frac{8\pi\nu^2 k_BT}{c^3}d\nu$$

זוהי נוסחת ריילי ג'ינס.

נוסחה זו אומרת שלמעשה האנרגיה תהיה גדולה יותר עד אינסוף ככל שנעלה בתדרים . לזה קוראים הקטסטרופה האולטרא סגולה .

נוסחה זו לא מסתדרת עם המדידות שמראות שבתדרים גבוהים האנרגיה יורדת לאפס .